

УДК 621.924

DOI:

А.А. Никонов, А.Л. Каменева

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ РЕЖУЩЕЙ КРОМКИ СЛОЖНОПРОФИЛЬНОГО РЕЗЦА И УНИВЕРСАЛЬНАЯ МЕТОДИКА РАСЧЕТА ГЕОМЕТРИИ СРЕЗАЕМОГО СЛОЯ

Проанализирована проблема подготовки производства деталей нефтедобывающего оборудования с продольными винтовыми канавками в условиях постоянного изменения их типоразмеров, формы и номинальных размеров. Математически описана режущая кромка строгального резца заданного профиля. Разработана универсальная ме-

тодика расчета геометрии срезаемого слоя, позволяющая рассчитать геометрию срезаемого слоя для любого типоразмера канавок заданного профиля и для любого момента времени обработки.

**Ключевые слова:** механическая обработка, винтовые канавки, геометрия режущей кромки, геометрия срезаемого слоя.

А.А. Nikonov, A.L. Kameneva

## MATHEMATICAL DESCRIPTION OF COMPLEX CUTTER CUTTING EDGE AND UNIVERSAL PROCEDURE FOR GEOMETRY COMPUTATION OF LAYER CUT

A problem of the pre-production of parts for oil producing equipment with longitudinal helical grooves under conditions of constant changes of their type dimensions, a form and nominal dimensions is analyzed. A cutting edge of a planer tool with a specified profile is described mathematically. A universal procedure for the computation of the geometry of a layer cut allowing the geometry computation of a layer cut for any type dimension of grooves with a profile specified and for any moment of machining is developed.

A mathematical description of a cutting tool cutting edge allows carrying out a cutting edge geometry computation of a cutter with a specified profile on the basis of groove parameters and a pipe inner diameter.

A deduced system of parameter equations describes mathematically a cutting edge of a cutter for

machining a groove with a specified profile regardless of execution dimensions of a groove and an inner hole of the part worked.

It is established that the geometry of a layer cut at planning a groove at any moment may be described through nine schemes of a chip formation. The analytical model choice is carried out with the aid of the developed finders  $fr(A)$ ,  $fr(B)$ . For all chip formation schemes there is obtained a mathematical description of the geometry of the layer cut.

The result may be used further for the automated computation of a cutter profile and for automated computation of optimum cutting modes.

**Key words:** machining, helical grooves, cutting edge geometry, geometry of layer cut.

### Введение

В конструкциях нефтедобывающего оборудования применяется определенная

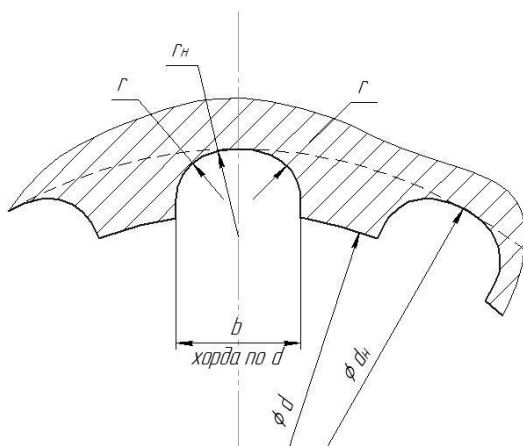


Рис. 1. Профиль канавки для протекания бурового раствора

группа деталей – толстостенные трубы или корпуса с продольными канавками по внутреннему отверстию детали (рис. 1) [1].

Наиболее часто канавки в деталях получают методом строгания сложнопрофильным инструментом [2-4]. Постоянное изменение типоразмеров, формы и номинальных размеров канавок исходя из потребностей заказчика является актуальной проблемой для производства. Решению данной проблемы посвящен ряд работ [2; 3; 5-10]. Установлено, что сокращения циклов подготовки производства деталей возможно достичь путем:

- повышения скорости расчета геометрии режущей кромки сложнопрофильного режущего инструмента [5; 6];  
 - обобщения формул для расчета геометрии срезаемого слоя, используемых при определении оптимальных режимов резания [7-10].

Однако в публикациях не обнаружены расчетные формулы для решения рассматриваемой прикладной задачи.

### Положения для расчета

При проведении расчетов приняты в качестве исходных данных следующие положения:

- форма канавок различных типов - см. рис. 1;
- угол винтовой направляющей канавки -  $\tau$ ;
- передняя поверхность резца  $A_\gamma$  - плоская;
- профильный угол  $\gamma_y \neq 0^\circ$ ;

В настоящей статье математически описана режущая кромка строгального резца заданного профиля и разработана методика расчета геометрии срезаемого слоя в любой момент времени и для любого типоразмера канавок заданного профиля.

- фронтальный угол  $\gamma_x = 0^\circ$ ;
- режущая кромка – плоская кривая, форма которой определяется формой канавки.

Применяемые системы координат:

- система координат трубы (детали) -  $X_m Y_m Z_m$  (рис. 2а);
- станочная система координат -  $XYZ$  (рис. 2б).

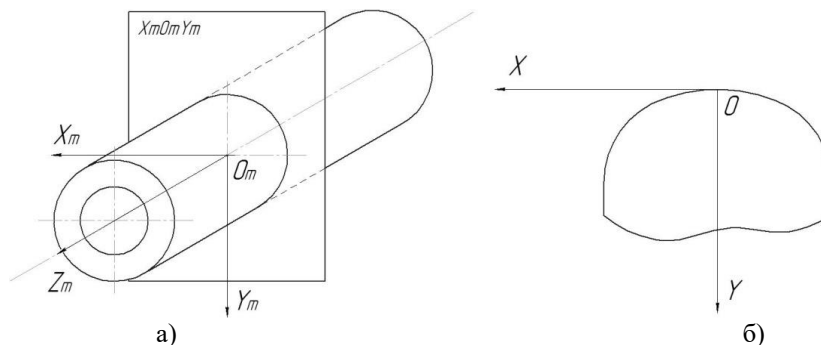


Рис. 2. Системы координат, применяемые в расчетах: а - система координат трубы (детали); б - станочная система координат

### Математическое описание режущей кромки строгального резца заданного профиля

Изображая форму всех канавок заданного профиля на плоскости  $X_m O_m Y_m$  системой дуг окружностей и отрезков, отображение режущей кромки на плоскости  $X_m O_m Y_m$  можно представить системой трех дуг окружностей:  $A_m B_m$ ,  $B_m C_m$ ,  $C_m D_m$  (рис. 3).

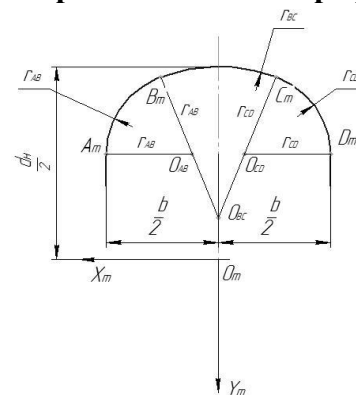


Рис. 3. Отображение режущей кромки на плоскости  $X_m O_m Y_m$

Аналитически это можно представить системой уравнений (1):

$$\begin{cases} (y_m + (\frac{d_n}{2} - r_{BC}))^2 + x_m^2 = r_{BC}^2, x_{Cm} \leq x_m \leq x_{Bm}; \\ (y_m + y_{mO_{AB}})^2 + (x_m - (\frac{b}{2} - r_{AB}))^2 = r_{AB}^2, x_{Bm} < x_m \leq x_{Am}; \\ (y_m + y_{mO_{CD}})^2 + (x_m + (\frac{b}{2} - r_{CD}))^2 = r_{CD}^2, x_{Dm} \leq x_m < x_{Cm}. \end{cases} \quad (1)$$

Ордината точки  $O_{AB}$  –  $y_{mO_{AB}}$  определяется системой уравнений (2) исходя из следующих условий:

- по условию сопряжения дуг центр дуги  $A_mB_m$  –  $O_{AB}$  принадлежит прямой  $O_{BC}B_m$ ;
- точки  $A_m$  и  $B_m$  принадлежат дуге  $A_mB_m \Rightarrow A_mO_{AB} = B_mO_{AB} = r_{AB}$ ;

- точка  $A_m$  принадлежит прямой  $x_m = \frac{b}{2} \Rightarrow$  точка  $O_{AB}$  принадлежит прямой  $x_m = \frac{b}{2} - r_{AB}$ ;
- точка  $B_m$  принадлежит дуге  $B_mC_m \Rightarrow O_{BC}B_m = r_{BC}$ , а точка  $O_{AB}$  лежит на пересечении окружности с центром  $O_{BC}$  и радиусом  $r_{BC} - r_{AB}$  с прямой  $x_m = \frac{b}{2} - r_{AB}$ .

$$\begin{cases} (y_m + (\frac{d_n}{2} - r_{BC}))^2 + x_m^2 = (r_{BC} - r_{AB})^2; \\ x_m = \frac{b}{2} - r_{AB}. \end{cases} \quad (2)$$

Определив из системы уравнений (2) ординату  $y_{mO_{AB}}$  (3), коэффициент наклона прямой  $O_{BC}B_m$  найдем из уравнения (4), искомые координаты точки сопряжения  $B_m$

- из системы уравнений (5) и координаты точки сопряжения  $C_m$  - из системы уравнений (6):

$$y_{mO_{AB}} = y_{mO_{CD}} = r_{BC} - \sqrt{(r_{BC} - r_{AB})^2 - (\frac{b}{2} - r_{AB})^2} - \frac{d_n}{2}; \quad (3)$$

$$k = \frac{(y_{mO_{AB}} - (r_{BC} - \frac{d_n}{2}))}{(\frac{b}{2} - r_{AB})}; \quad (4)$$

$$\begin{cases} x_{Bm} = r_{BC} * \cos(\arctg(k)); \\ y_{Bm} = r_{BC} * (1 + \sin(\arctg(k))) - \frac{d_n}{2}; \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} x_{Cm} = -x_{Bm}; \\ y_{Cm} = y_{Bm}. \end{cases} \quad (6)$$

Отображением режущей кромки на плоскости  $XOY$  является проекция кривой  $A_mB_mC_mD_m$  на основную плоскость  $P_v$ , что в станочной системе координат описыва-

ется системой эллипсов (7) (для случая прямой канавки  $\tau=0$ ):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{(y - r_{BC})^2}{r_{BC}^2} + \frac{x^2}{r_{BC}^2 \cdot \cos^2 \tau} = 1, x_c \leq x \leq x_B; \\ \frac{(y + y_{O_{AB}})^2}{r_{AB}^2} + \frac{(x - (\frac{b}{2} - r_{AB}))^2}{r_{AB}^2 \cdot \cos^2 \tau} = 1, x_B < x \leq x_A; \\ \frac{(y + y_{O_{CD}})^2}{r_{CD}^2} + \frac{(x + (\frac{b}{2} - r_{CD}))^2}{r_{CD}^2 \cdot \cos^2 \tau} = 1, x_D \leq x < x_C. \end{array} \right. \quad (7)$$

$$y_{O_{AB}} = y_{mO_{AB}} + \frac{d_n}{2}; y_{O_{CD}} = y_{O_{AB}}.$$

Здесь  $x_A = x_{Am} \cos \tau; x_B = x_{Bm} \cos \tau;$

$x_C = x_{Cm} \cos \tau; x_D = x_{Dm} \cos \tau.$

Зададим аналитическое уравнение режущей кромки в параметрическом виде (8). Тогда искомое уравнение режущей

кромки в станочной системе координат примет вид (9).

$$\left\{ \begin{array}{l} y = f(x); \\ z = \psi(x) = f(x) \operatorname{tg} \gamma_y. \end{array} \right. \quad (8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = r_{BC} - \sqrt{r_{BC}^2 - \frac{x^2}{\cos^2 \tau}}, x_c \leq x \leq x_B; \\ z = \left( r_{BC} - \sqrt{r_{BC}^2 - \frac{x^2}{\cos^2 \tau}} \right) \operatorname{tg} \gamma_y, x_c \leq x \leq x_B; \\ y = y_{O_{AB}} - \sqrt{r_{AB}^2 - \frac{(x - (\frac{b}{2} - r_{AB}))^2}{\cos^2 \tau}}, x_B < x \leq x_A; \\ z = \left( y_{O_{AB}} - \sqrt{r_{AB}^2 - \frac{(x - (\frac{b}{2} - r_{AB}))^2}{\cos^2 \tau}} \right) \operatorname{tg} \gamma_y, x_B < x \leq x_A; \\ y = y_{O_{CD}} - \sqrt{r_{CD}^2 - \frac{(x + (\frac{b}{2} - r_{CD}))^2}{\cos^2 \tau}}, x_D \leq x < x_C; \\ z = \left( y_{O_{CD}} - \sqrt{r_{CD}^2 - \frac{(x + (\frac{b}{2} - r_{CD}))^2}{\cos^2 \tau}} \right) \operatorname{tg} \gamma_y, x_D \leq x < x_C. \end{array} \right. \quad (9)$$

Данная система параметрических уравнений математически описывает режущую кромку резца для обработки канавки заданного профиля вне зависимости

от исполнительных размеров канавки и внутреннего отверстия обрабатываемой детали.

**Математическое описание геометрии срезаемого слоя**

Если режущая кромка определена системой уравнений (8) и  $t$  – припуск на проход, то проекция предыдущего положения режущей кромки на плоскости  $XOY$  определяется функцией (10):

$$y = f(x) + t. \tag{10}$$

Срезаемый слой, ограниченный режущей кромкой и поверхностью, сформированной предыдущим проходом, а также поверхностью внутреннего отверстия обрабатываемой детали, образует сложную фигуру  $MBCPKC_tB_tL$  (табл. 2).

Со сменой номера прохода  $i$  изменяются как площадь срезаемого слоя, так и условия резания. Тем не менее все возможные варианты сечения срезаемого слоя можно описать девятью схемами. В табл. 2 представлены схемы стружкообразования в зависимости от номера прохода  $i$  и припуска на проход  $t$ .

Если количество проходов  $N_t$  определяется из уравнения (11), то  $i \in (1 \dots N_t)$ .

$$N_t = \left( \frac{(d_n - d)}{2t} \right). \tag{11}$$

Для быстрого выбора схемы стружкообразования, описывающей процесс в рассматриваемый момент времени, необходимо ввести определители (12) в виде функций от координат точек А и В:

$$fr(B) = y_B - \left( \frac{d}{2} - \sqrt{\frac{d^2}{4} - x_{Bm}^2} \right); \tag{12}$$

$$fr(A) = y_A - \frac{d - \sqrt{d^2 - b^2}}{2}.$$

Сравнением значений  $i t$  и  $(i-1) t$  с определителями  $fr(B)$ ,  $fr(A)$  по табл. 1 однозначно определяется геометрия срезаемого слоя. В табл. 3 дополнительно к табл. 2 введены формулы для расчета координат узловых точек  $M$ ,  $L$ ,  $B_t$ ,  $C_t$ ,  $P$ ,  $K$ , принадлежащих границе срезаемого слоя, в плоскости  $XOY$  (в зависимости от выбранной схемы стружкообразования).

Таблица 1

Определение схемы стружкообразования

		Текущее положение режущей кромки		
		$it \leq fr(B)$	$fr(B) \leq it \leq fr(A)$	$it \geq fr(A)$
Предшествующее положение режущей кромки	$i = 1$	Сх.1	Сх.7	Сх.8
	$(i-1)t \leq fr(B)$	Сх.2	Сх.3	Сх.9
	$fr(B) \leq (i-1)t \leq fr(A)$	-	Сх.4	Сх.5
	$(i-1)t \geq fr(A)$	-	-	Сх.6

Таблица 2

Схемы стружкообразования при обработке канавок

№ схемы	Изображение	Координаты узловых точек (табл. 3)
1		<p>M – (13) P – (14)</p>

<p>2</p>		<p>M – (13) P – (14) L – (15) K – (16)</p>
<p>3</p>		<p>M – (17) P – (14) L – (15) K – (16)</p>
<p>4</p>		<p>M – (17) P – (14) L – (18) K – (16) B<sub>t</sub> – (21) C<sub>t</sub> – (22)</p>
<p>5</p>		<p>M – (19) P – (14) L – (18) K – (16) B<sub>t</sub> – (21) C<sub>t</sub> – (22)</p>
<p>6</p>		<p>A<sub>t</sub> – (20) D<sub>t</sub> – (23)</p>
<p>7</p>		<p>M – (17) P – (14)</p>

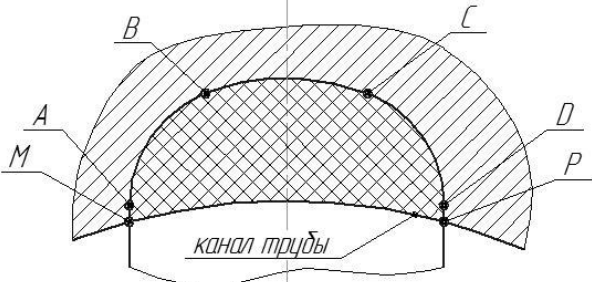
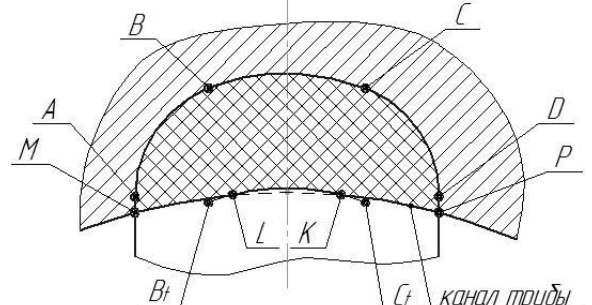
8		<p>M – (19) P – (14)</p>
9		<p>M – (19) P – (14) L – (15) K – (16)</p>

Таблица 3

Формулы для расчета координат узловых точек M, L, B<sub>t</sub>, C<sub>t</sub>, P, K

№ п/п	Условие	Формула
1	т. M ∈ ∪ BC	$x_M = \left[ \sqrt{\frac{d^2}{4} - \frac{\left( r_{BC} - \frac{d}{2} - it \right)^2 + \frac{d^2}{4} - r_{BC}^2}{2 \left( r_{BC} - \frac{d}{2} - it \right)}} \right] \cos \tau,$ $y_M = \frac{\left( r_{BC} - \frac{d}{2} - it \right)^2 + \frac{d^2}{4} - r_{BC}^2}{2 \left( r_{BC} - \frac{d}{2} - it \right)} + \frac{d}{2} + it$ <p style="text-align: right;">(13)</p>
2	т. P	$x_P = -x_M,$ $y_P = y_M$ <p style="text-align: right;">(14)</p>
3	т. L ∈ ∪ B <sub>t</sub> C <sub>t</sub>	$x_L = \left[ \sqrt{\frac{d^2}{4} - \frac{\left( r_{BC} - \frac{d}{2} - (i-1)t \right)^2 + \frac{d^2}{4} - r_{BC}^2}{2 \left( r_{BC} - \frac{d}{2} - (i-1)t \right)}} \right] \cos \tau,$ $y_L = \frac{\left( r_{BC} - \frac{d}{2} - (i-1)t \right)^2 + \frac{d^2}{4} - r_{BC}^2}{2 \left( r_{BC} - \frac{d}{2} - (i-1)t \right)} + \frac{d}{2} + it$ <p style="text-align: right;">(15)</p>
4	т. K	$x_K = -x_L,$ $y_K = y_L$ <p style="text-align: right;">(16)</p>

5	$T.M \in \cup AB$	$x_M = \left( \frac{a\phi + \sqrt{D}}{2(a^2 + v^2)} \right) \cos \tau,$ $z \partial e$ $a = \frac{b}{2} - r_{AB};$ $v = y_{mO_{AB}} + \frac{d_n - d}{2} - it;$ $\phi = \frac{d^2}{4} - r_{AB}^2 + a^2 + v^2;$ $D = (-a\phi)^2 - 4(a^2 + v^2) \left( \frac{\phi^2}{4} - v^2 \frac{d^2}{4} \right);$ $y_M = \frac{d}{2} + it - \sqrt{\frac{d^2}{4} - x_M^2}$ <div style="text-align: right;">(17)</div>
6	$T.L \in \cup A_t B_t$	$x_L = \left( \frac{a\phi + \sqrt{D}}{2(a^2 + v^2)} \right) \cos \tau,$ $z \partial e$ $a = \frac{b}{2} - r_{AB};$ $v = y_{mO_{AB}} + \frac{d_n - d}{2} - (i-1)t;$ $\phi = \frac{d^2}{4} - r_{AB}^2 + a^2 + v^2;$ $D = (-a\phi)^2 - 4(a^2 + v^2) \left( \frac{\phi^2}{4} - v^2 \frac{d^2}{4} \right);$ $y_L = \frac{d}{2} + it - \sqrt{\frac{d^2}{4} - x_L^2}$ <div style="text-align: right;">(18)</div>
7	$T.M \in -A$	$x_M = \frac{b}{2} \cos \tau,$ $y_M = \frac{d}{2} + it - \frac{\sqrt{d^2 - b^2}}{2}$ <div style="text-align: right;">(19)</div>
8	$A_t$	$x_{A_t} = x_A,$ $y_{A_t} = y_A + \frac{d_n}{2} + t$ <div style="text-align: right;">(20)</div>
9	$B_t$	$x_{B_t} = x_B,$ $y_{B_t} = y_B + \frac{d_n}{2} + t$ <div style="text-align: right;">(21)</div>
10	$C_t$	$x_{C_t} = -x_{B_t},$ $y_{C_t} = y_{B_t}$ <div style="text-align: right;">(22)</div>
11	$D_t$	$x_{D_t} = -x_{A_t},$ $y_{D_t} = y_{A_t}$ <div style="text-align: right;">(23)</div>

**Заключение**

Выведенная система параметрических уравнений математически описывает

режущую кромку резца для обработки канавки заданного профиля вне зависимости



от исполнительных размеров канавки и внутреннего отверстия обрабатываемой детали.

Математическое описание режущей кромки резца позволяет производить расчет геометрии режущей кромки резца заданного профиля на основании параметров канавки и внутреннего диаметра трубы.

Установлено, что геометрия срезаемого слоя при строгании канавки в любой момент времени может быть описана девя-

тью схемами стружкообразования. Выбор расчетной схемы осуществляется с помощью разработанных определителей  $f_r(A)$ ,  $f_r(B)$  (17). Для всех схем стружкообразования получено математическое описание геометрии срезаемого слоя (13-23).

Результаты могут быть использованы в дальнейшем для автоматизированного расчета профиля режущего инструмента и оптимальных режимов резания.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Булатов, А.И. Техника и технология бурения нефтяных и газовых скважин: учеб. для вузов / А.И. Булатов, Ю.М. Проселков, С.А. Шаманов. - М.: Недра-Бизнесцентр, 2003. - 1007 с.
2. Макаров, В.Ф. Выбор и назначение оптимальных условий протягивания заготовок из труднообрабатываемых материалов: учеб. пособие / В.Ф. Макаров. - Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2008. - 396 с.
3. Жигалко, Н.И. Скоростное протягивание / Н.И. Жигалко. - Минск: Высш. шк., 1982. - 152 с.
4. Макаров, А.Д. Оптимизация процессов резания / А.Д. Макаров. - М.: Машиностроение, 1976. - 345 с.
5. Грановский, Г.И. Фасонные резцы / Г.И. Грановский, К.П. Панченко. - М.: Машиностроение, 1975. - 309 с.
6. Резников, Л.А. Проектирование сложнопрофильного режущего инструмента: электрон.

1. Bulatov, A.I. *Engineering and Technology for Oil and Gas Well-boring: text book for colleges* / A.I. Bulatov, Yu.M. Proselkov, S.A. Shamanov. - M.: Interior-BusinessCenter, 2003. - pp. 1007.
2. Makarov, V.F. *Choice and Purpose of Optimum Conditions for Hard-to-Machine Blank Drawing: manual* / V.F. Makarov. - Perm: Publishing House of Perm State Technical University, 2008. - pp. 396.
3. Zhigalko, N.I. *Rapid Drawing* / N.I. Zhigalko. - Minsk: Higher School, 1982. - pp. 152.
4. Makarov, A.D. *Cutting Process Optimization* / A.D. Makarov. - M.: Mechanical Engineering, 1976. - pp. 345.
5. Granovsky, G.I. *Formers* / G.I. Granovsky, K.P. Panchenko. - M.: Mechanical Engineering, 1975. - pp. 309.
6. Reznikov, L.A. *Complex-shape Cutter Design at Metal Cutting* / electronic manual / L.A. Reznikov.

- учеб. пособие / Л.А. Резников. - Тольятти: Изд-во ТГУ, 2014. - 208 с.
7. Исаев, А.И. Процесс образования поверхностного слоя при обработке металлов резанием / А.И. Исаев. - М.: ЦНИИТМАШ, 1950. - Кн. 3. - 358 с.
8. Петрушин, С.И. Оптимальное проектирование формы режущей части лезвийных инструментов / С.И. Петрушин, И.М. Бобрович, М.А. Корчуганова. - Томск: Изд-во ТПУ, 1999. - 91 с.
9. Петрушин, С.И. Основы формообразования резанием лезвийными инструментами: учеб. пособие / С.И. Петрушин - Томск: Изд-во НТЛ, 2004. - 204 с.
10. Проскоков, А.В. Проектирование сменных многогранных пластин с равномерным износом вдоль режущей кромки: Новые материалы, неразрушающий контроль и наукоемкие технологии в машиностроении / А.В. Проскоков. - Тюмень: Феликс, 2005. - С. 157-158.

- Tollyatti: Publishing House of TSU, 2014. - pp. 208.
7. Isayev, A.I. *Process of Surface Layer Formation at Metal Cutting* / A.I. Isayev. - M.: CNIITMASH, 1950. Vol.3 - pp. 358.
8. Petrushin, S.I. *Optimum Design of Edge Tool Cutting Edge Form* / S.I. Petrushin, I.M. Bobrovich, M.A. Korchuganova. - Tomsk: Publishing House of TPU, 1999. - pp. 91.
9. Petrushin, S.I. *Shaping Fundamentals by Edge Tool Cutting: manual* / S.I. Petrushin - Tomsk: Publishing House of NTL, 2004. - pp. 204.
10. Proskokov, A.V. *Design of Replaceable Cutting Inserts with Even Wear Along Cutting Edge: New Materials, Nondestructive Check and Science Intensive Technologies in Mechanical Engineering* / A.V. Proskokov. - Tyumen: Felix, 2005. - pp. 157-158.

Статья поступила в редколлегию 15.09.17.  
Рецензент: д.т.н., профессор Московского технологического университета  
Албагачиев А.Ю.

**Сведения об авторах:**

**Андрей Александрович Никонов**, зам. гл. технолога ПАО «Мотовилихинские заводы», аспирант Пермского национального исследовательского политехнического университета, р.т. (342)260-74-34, д.т. 89120597239, e-mail: [nikonov\\_aa@mz.perm.ru](mailto:nikonov_aa@mz.perm.ru).

**Andrey Petrovich Nikonov**, Deputy Chief-Technologist PPC “Motovilikhinsky Plants”, Post graduate student, Perm National Research Polytechnic University, e-mail: [nikonov\\_aa@mz.perm.ru](mailto:nikonov_aa@mz.perm.ru).

**Анна Львовна Каменева**, д.т.н., доцент, профессор Пермского национального исследовательского политехнического университета, р.т. (342)2391508, д.т. (342)2242405, e-mail: [annkam789//2mail.ru](mailto:annkam789//2mail.ru).

**Anna Lvovna Kameneva**, D. Eng., Assistant Prof., Prof. of Perm National Research Polytechnic University, e-mail: [annkam789//2mail.ru](mailto:annkam789//2mail.ru).